РОССИЙСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР
"КУРЧАТОВСКИЙ ИНСТИТУТ"

В.К. Вихрев

ИАЭ-6455/6

РАСШИРЕННАЯ КЛАССИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ ЧАСТИЦ МИКРОМИРА

Москва — 2007

Расширенная классическая механика для описания поведения частиц микромира

Вихрев В.В.

Аннотация. Рассматривается классическое описание поведения частиц микромира, учитывающее магнитный и механический моменты частиц. Квантовые переходы при этом подходе трактуются как переворот спина частиц в магнитном поле.

Введение

В работах [1-3] М.Грызинским было предложено рассматривать поведение частиц микромира, основанное на описании траектории частиц в рамках классической механики с учетом гиромагнитных свойств этих частиц. Здесь представлена дальнейшая разработка данного подхода, основанная на расширении классической механики частиц учетом их магнитного и механического моментов. В результате расширенная классическая механика (РКМ) включает в себя как свойства частиц из классической механики, т.е. использует понятия траектории частиц, так и понятие из квантовой механики – спин частиц. Изложение разбито на шаги, на каждом шаге рассматривается одна из самостоятельных проблем этой новой механики частиц.

Первым и наиболее важным шагом в этом направлении является введение понятия «расширенной классической механики», как классической механики, которая учитывает механический и магнитный моменты у частиц. Остальные шаги являются следствием учета в рамках классической механики этих свойств частиц.

1.1 Основной способ описания поведения физических объектов

Основной способ описания поведения физических объектов методами классической физики заключается в том, что вначале определяют физические свойства этого объекта и его модель (рис. 1). Затем, применяя известные законы взаимодействия для элементов этого объекта, определяют его динамику, т.е. изменение всех его параметров во времени.

Если предложенная модель объекта не дает удовлетворительного описания, то это означает, что объект обладает еще какими-то свойствами, которые не были учтены. Любое расхождение между ожидаемыми проявлениями объекта и его реальными проявлениями приводит к поиску у исследуемого объекта дополнительных свойств, которые позволили бы объяснить его поведение. В результате модель объекта корректируется, и проводятся новые исследования для определения адекватности новой модели эксперименту. Процесс отыскания необходимых свойств объекта продолжается до тех пор, пока не найдут такие свойства объекта, которые приводят к удовлетворительному описанию поведения всего объекта (рис.1).

Классическим примером такого подхода исследований в микромире являются опыты Резерфорда по отклонению альфа частиц в веществе. Наиболее важным в подходе Резерфорда явилась правильная трактовка результатов опыта. Он не стал придумывать новых законов поведения альфа частиц в веществе, а просто предположил, что все вещество состоит из тяжелых положительно заряженных частиц, и в кулоновском поле этих частиц происходит рассеяние альфа частиц. В опытах Резерфорда необходимое описание объекта было найдено. Однако такой стандартный путь нахождения описания поведения объекта не всегда возможен.

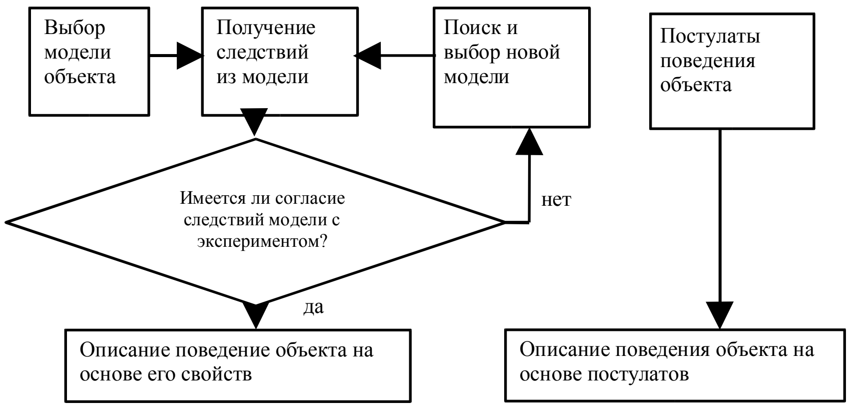


Рис. 1. Методы описания поведения объекта. Слева - стандартный метод создания модели объекта. Справа - эвристический метод, основанный на постулатах. Результатом применения каждого из этих двух методов является описание поведения исследуемого объекта.

1.2 Описание поведения объекта с помощью постулатов

В некоторых случаях трудно найти подходящую структуру и свойства объекта для трактовки его поведения. В этом случае используют математическое описание поведения этого объекта без обоснования причин его поведения (диаграмма справа на рис.1). Такой подход также приемлем для науки, так как он сокращает сроки выполнения задач, поставленных перед данной областью науки.

Именно таким образом была создана система Птолемея для описания движения планет.

Не зная закона всемирного тяготения, система Птолемея позволяла с высочайшей точностью предсказывать движение планет на небосводе на много лет вперед. Обычно такие системы описания со временем сменяются описанием поведения объекта на основе их свойств. В данном случае на смену пришло описание на основе закона всемирного тяготения и законах Ньютона. В силу своей универсальности оно полностью вытеснило прежние методы, основанные на постулатах поведения.

Аналогично были описаны спектры излучения атомов. Было известно, что основное электромагнитное излучение в нашем мире определяется электронами, однако из известных в то время свойств электрона невозможно было удовлетворительно описать этот спектр. Несомненно, что искали дополнительные свойства электрона, которые приводили бы к объяснению наблюдаемых явлений на основе классических законов взаимодействия. Однако этот путь оказался сложным.

Более простым был путь формального описания поведения частиц в микромире без объяснения причин их поведения. На этом пути можно не искать новых свойств частиц, а найти только законы, по которым определяются измеряемые в экспериментах параметры их поведения. В результате появилось уравнение Шредингера, с помощью которого стало возможным описывать энергетические уровни электрона в атомах, а тем самым и спектры излучения. Сам Шредингер полагал, что это только первый шаг на пути к созданию теории атома. Он считал, что дальнейшие исследования приведут к нахождению таких новых свойств частиц или поля, на основе которых можно будет обосновать предложенное им уравнение.

1.3 Спин частиц

В 1925 году С.А.Гаудсмит и Дж.Е.Уленбек пришли к заключению, что электрон, кроме массы и заряда, обладает еще спином (т.е. механическим моментом) и также магнитным моментом. Казалось, что после этого следовало бы попытаться с учетом этих новых свойств электрона снова проанализировать возможности объяснения поведения частиц в микромире. Однако в то время возможно из-за больших успехов квантовой механики в интерпретации явлений микромира не проведено никаких систематических исследований в этом направлении.

Очень часто отказ от ввода в классическую механику спина обосновывается тем, что спин – это чисто квантовое понятие, и поэтому его нельзя использовать в классической механике. Спин - это действительно понятие, введенное в квантовой механике, и его действительно нельзя в таком же виде использовать в других областях науки. Однако можно в рамках классической механики ввести аналогичное понятие. Можно принять, что некоторые частицы микромира, которые имеют собственный механический и свой магнитный моменты, не связанные с характером движения частицы по траектории. Введение аналогичного понятия в соседней области науки обычно приводит к продвижению этой области науки, и одновременно происходит улучшение взаимодействие между этими соседними областями науки.

Такой шаг крайне необходим. Благодаря этому создается недостающее звено в одной из наук для налаживания связи ее с другой наукой. Поэтому, не только возможно, но и крайне необходимо введение в классической механике понятия, аналогичного понятию спина в квантовой механике. Этот шаг, по-видимому, является самым важным для сближения квантовой и классической механики и единообразного описания макро и микромира.

1. Шаг первый: расширенная классическая механика

2.1 Введение понятия расширенной классической механики

Иногда говорят, что если в классическую механику ввести понятие спина, то эта механика уже не будет классической. Пусть это будет так. Дело не в названии. Назовем классическую механику, учитывающую спин у частиц, как-то по-другому, например, «расширенной классической механикой». Предполагается, что механический и магнитный моменты являются такими же параметрами частицы, как и собственная масса или электрический заряд частицы, и считается, что они не меняются по величине во времени. Поскольку величины моментов частиц пропорциональны постоянной Планка h, то благодаря этому динамика частиц в расматриваемой классической механике зависит от постоянной Планка. Естественно, что расширенная классическая механика при таком ее определении включает в себя классическую механику и переходит в нее при $h \to 0$.

Следует заметить, что для описания траектории частицы в рамках расширенной классической механики требуется уже не шесть координат (три координаты и три скорости) как это имеет место в классической механике, а десять. К перечисленным координатам добавляется два угла, определяющие направление спина в пространстве, и их производные по времени (две угловые скорости поворота спина). В волновой механике Шредингера для описания поведения частиц во времени используется всего четыре координаты – три пространственные и направление спина на заданное направление.

Расширенная классическая механика включает в себя как координаты, используемые классической механикой, так и координаты волновой механики Шредингера. Это означает, что эта механика имеет шансы за счет уменьшения количества используемых в ней координат переходить к описанию явлений, как на язык классической механики, так и на язык волновой механики. Кроме этих достоинств расширенная классическая механика при своем развитии имеет возможность стать универсальной механикой, т.е. объединить описания поведения частиц в макромире и микромире.

2.2 Уравнения движения частиц с учетом их магнитного момента

В расширенной классической механике в нерелятивистском приближении движение частиц с учетом их магнитного момента определяется уравнениями:

$$m\frac{d\vec{\mathrm{v}}}{dt} = \vec{F}_q + \vec{F}_\mu + \vec{f}_q + \vec{f}_\mu , \qquad (1)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{\mathrm{v}} , \qquad (2)$$

где $\vec{\mathrm{v}}$, $\vec{r}$ - скорость и радиус-вектор частицы, $\vec{F}_q$ - сила, действующая на частицу, из-за наличия у нее электрического заряда q, - сила, действующая на частицу, из-за наличия у нее магнитного момента , $\vec{f}_q$ - сила реакции излучения из-за наличия у нее заряда q, а - сила реакции излучения из-за наличия у частицы магнитного момента.

Если не учитывать магнитный момент частиц или если он равен нулю, то ускорение частицы определяется уравнением:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = F_q + \vec{f}_q \qquad (3)$$

где сила $$\vec{F}_q = q\vec{E} = q\left(\vec{E}_0 + \frac{1}{c}\left[\vec{v}\times\vec{H}_0\right]\right), \qquad (4)$$

здесь $\vec{E}$ - напряженность электрического поля в системе координат, движущейся вместе с частицей, $\vec{E}_0$ и $\vec{H}_0$ - напряженность внешних для частицы электрического и магнитного поля в лабораторной системе координат. Сила реакции излучения движущегося заряда определяется производной от ускорения частицы (см., например, [4,5]):

$$\vec{f}_q = \frac{2q^2}{3c^3}\frac{d^2\vec{v}}{dt^2}. \qquad (5)$$

В случае, когда сила $\vec{f}_q$ мала по сравнению с $\vec{F}_q$ [5,6]:

$$\vec{f}_q = \frac{2q^3}{3mc^3}\frac{d^2\vec{E}_0}{dt^2} + \frac{2q^4}{3m^2c^4}\left[\vec{E}_0\times\vec{H}_0\right].$$

Сила $\vec{F}_\mu$ (это сила, действующая на частицу из-за наличия у нее магнитного момента $\vec{\mu}$) получается при учете в функции Лагранжа дополнительной энергии магнитного диполя при нахождении его в магнитном поле H:

$$L_\mu = \vec{\mu}\cdot\vec{H}, \qquad (6)$$

где $\vec{H}$ - напряженность магнитного поля в системе координат, движущейся вместе с частицей: $$\vec{H} = \vec{H}_0 - \frac{1}{c}\left[\vec{v}\times\vec{E}_0\right] \qquad (7)$$

Это означает, что магнитный момент частицы взаимодействует не только с внешним магнитным полем $\vec{H}_0$, имеющимся в лабораторной системе координат, но еще и с электрическим полем $\vec{E}_0$. Это поле действует на магнитный момент частицы при ее движении поперек силовых линий электрического поля.

Уравнения для изменения скорости частицы вдоль каждой из трех координат получаются путем дифференцирования функции Лагранжа по каждой координате q_i и по соответствующей ей скорости $q_i = \frac{dq_i}{dt}$ (i = 1, 2, 3):

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \qquad (8)$$

В соответствии с (8) учет (6) в функции Лагранжа приводит к появлению силы

$$\vec{F}_\mu = \nabla\left(\vec{\mu}\cdot\vec{H}\right) - \frac{1}{c}\frac{d}{dt}\left[\vec{\mu}\times\vec{E}_0\right] \qquad (9)$$

Здесь кроме градиента энергии магнитного диполя в магнитном поле $\nabla\left(\vec{\mu}\cdot\vec{H}\right)$ имеется так называемая магнитодинамическая сила $\frac{1}{c}\frac{d}{dt}\left[\vec{\mu}\times\vec{E}_0\right]$. Эта сила возникает в соответствии с (8) при дифференцировании (6) с учетом (7) по скорости. Уравнения движения частицы с учетом динамической силы, имеется, например, в работах [6,7].

Некоторые сложности возникают с определением силы . Если не учитывать движение самой частицы, то сила равна нулю, а радиационное трение, связанное с изменением направления магнитного диполя влияет только на изменение момента инерции частицы [4,5]. В случае же движения частицы и одновременного изменения направления магнитного момента частицы сила радиационной отдачи $\vec{f}_\mu$ не равна нулю. К сожалению, эта сила до сих пор не вычислена.

Энергия магнитного диполя зависит от ориентации по отношению к. Поэтому на магнитный диполь действует не только сила, стремящаяся сдвинуть его в пространстве, но и момент сил. Этот момент сил можно вычислить, дифференцируя (6) по углу Θ между $\vec{\mu}$ и $\vec{H}$:

$$N = \frac{\partial L_\mu}{\partial \theta} = \mu H \cdot \sin\Theta \tag{10}$$

или в векторной форме: $\vec{N} = \vec{\mu} \times \vec{H}$. (11)

Момент сил стремится сориентировать магнитный диполь по магнитному полю. Однако наличие механического момента у частицы не дает этой частице просто так повернуть вектор. Момент сил $\vec{N}$ для данного случая должен приводить только к прецессии $\vec{\mu}$ вокруг направления вектора $\vec{H}_0$.

2.3 Движение электрона в поле заряда

Наиболее важная задача, которая непосредственно относится к области применения расширенной классической механики, это задача о движении электрона в поле электрического точечного заряда Q. Функция Лагранжа электрона ($m=m_e$, $q=-e$, $e>0$), имеет вид:

$$L = \frac{m_e \mathrm{v}^2}{2} + \frac{Qe}{r} - U_\mu \tag{12}$$

Потенциальная энергия магнитного диполя в электромагнитном поле $U_\mu = -\vec{\mu}\,\vec{\mathrm{H}} = -\vec{\mu}\left(\vec{\mathrm{H}}_0 - \frac{1}{c}\left[\vec{\mathrm{v}} \times \vec{E}_0\right]\right)$. В лабораторной системе координат для неподвижного точечного заряда $\vec{H}_0 = 0$, $\vec{E}_0 = \frac{Q\vec{r}}{r^3}$. Поэтому $U_\mu = -\vec{\mu}\,\vec{H} = \frac{Q}{c}\vec{\mu}\cdot\left[\vec{\mathrm{v}} \times \frac{\vec{r}}{r^3}\right] = -\frac{Q}{c}\vec{\mathrm{v}}\cdot\left[\frac{\vec{\mu} \times \vec{r}}{r^3}\right]$.

Одним из приближений для описания поведения спина является приближение жесткого ротатора [1-3]. Оно является справедливым для коротких времен, пока спин не успевает повернуться из-за наличия изменяющихся вокруг него полей.

В сферической системе координат (r, θ, φ) с центром на заряде Q функция Лагранжа для электрона, у которого магнитный момент направлен вдоль оси z, имеет вид:

$$L = \frac{m_e}{2}\left[\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + r^2\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \sin^2\theta + r^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right] + \frac{Qe}{r} + \frac{Q}{cr}\mu_z \frac{d\varphi}{dt}\sin^2\theta\,, \tag{13}$$

а уравнения движения в этом случае [3] являются следующими:

$$m_e \frac{d^2 r}{dt} = m_e r\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \sin^2\theta + m_e r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 - \frac{Qe}{r^2} - \frac{Q}{cr^2}\mu_z \frac{d\varphi}{dt}\sin^2\theta \tag{14}$$

$$\frac{d}{dt}\left(m_e r^2 \frac{d\theta}{dt}\right) = \left(m_e r^2 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2Q\mu_z}{cr}\right)\frac{d\varphi}{dt}\sin\theta\cos\theta \tag{15}$$

$$\frac{d}{dt}\left(m_e r^2 \frac{d\varphi}{dt}\sin^2\theta + \frac{Q\mu_z \sin^2\theta}{cr}\right) = 0 \tag{16}$$

Данное приближение (жесткого ротатора) использовалось в работе [1] при анализе траектории электрона в поле протона. На основе этой модели было показано, что если электрон, который в начальный момент времени находится неподвижно на некотором расстоянии от протона, отпустить, то, двигаясь вначале радиально к протону, он отражается от него под углом 120^0 к первоначальному направлению. В результате было обосновано, что атомный электрон в основном состоянии атома водорода может двигаться преимущественно в радиальном направлении.

Другим приближением поведения спина, предложенного М.Гризинским, является гипотеза о вращении спина вокруг направления движения частицы с шагом, равным длине волны де Бройля. Такое приближение им было использовано в работах [2,3] для описания волновых свойств электрона.

Еще одно приближение для медленно меняющихся электромагнитных полей предложено в данной работе в разделе 5 (шаг четвертый).

3. Шаг второй: электромагнитный пространственный масштаб для частиц со спином в классической механике

В работе [8] исследовалась конфигурация электромагнитного поля заряженных частиц с магнитным моментом, и было обнаружено, что в микромире большую роль играет для частиц со спином электромагнитная длина L_V. Эта электромагнитная длина была введена как расстояние, на котором токовое магнитное поле при движении заряженной частицы (вычисляемое по закону Био-Савара) сравнивается со спиновым магнитным полем частицы.

Напряженность электрического поля точечного заряда равна $\vec{E}_q = \frac{q\,\vec{r}}{r^2}$, где q - заряд частицы. Если частица движется со скоростью $\vec{\mathrm{v}}$, то вокруг нее возникает магнитное поле, которое равно:

$$\vec{H}_q = \frac{1}{c}\left[\vec{\mathrm{v}} \times \vec{E}_q\right] \qquad (17).$$

Это токовое магнитное поле $\vec{H}_q$ в плоскости, перпендикулярной движению частицы, равно

$$H_q = \frac{q\mathrm{v}}{cr^2}\,. \qquad (18)$$

Если какая-то частица имеет дипольный магнитный момент равный μ, то напряженность магнитного поля этого диполя в направлении, перпендикулярном диполю составляет

$$H_\mu = \frac{\mu}{r^3}\,. \qquad (19)$$

Поскольку при удалении от частицы спиновое магнитное поле спадает как $1/r^3$, а токовое магнитное поле как $1/r^2$, то существует характерная длина L_v, на котором величины этих двух полей сравниваются. Из (18) и (19) следует, что электромагнитная длина равна:

$$L_V = \frac{\mu\, c}{q\mathrm{v}} \qquad (20)$$

На расстояниях $r \ll L_\mathrm{v}$ от частицы магнитное поле определяется магнитным моментом частицы и имеет дипольный характер. На расстояниях $r \gg L_\mathrm{v}$ магнитное поле ведет себя как поле от движущейся заряженной частицы, т.е. определяется законом Био-Савара для движущегося заряда.

Параметр L_v играет важную роль в конфигурации электромагнитного поля для движущихся заряженных частиц с магнитным моментом. Для электрона параметр L_v имеет довольно простой вид. Поскольку заряд электрона равен -е, а магнитный дипольный момент электрона равен магнетону Бора $\mu = \mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$, то

$$\left(L_V\right)_{electron} = \frac{\hbar}{2m_e \mathrm{v}} \tag{21}$$

Отметим, что этот размер не зависит от величины заряда электрона, так как магнитный момент электрона пропорционален заряду электрона. Для электрона электромагнитный размер (21) выражается через электронную длину волны де Бройля $\lambda_e = \frac{h}{m_e \mathrm{v}} = \frac{2\pi\hbar}{m_e \mathrm{v}}$ как:

$$\left(L_V\right)_{electron} = \frac{\lambda_e}{4\pi} \tag{22}$$

Это означает, что при движении заряженная частица со спином она создает вокруг себя магнитное поле, которое резко меняет характер на расстоянии L_v (20) от нее.

При взаимодействии нейтральных частиц, обладающих магнитным моментом, с заряженными частицами, также возникает подобный пространственный параметр взаимодействия этих частиц (L_v), однако величина магнитного момента в этом случае участвует в выражении для L_v от одной частицы, а величина зарядаот другой. Примером такого взаимодействия являются волновые свойства нейтронов при рассеянии их на заряженных частицах.

4. Шаг третий: неопределенность описания поведения частиц

По своему описанию поведения частиц расширенная классическая механика является детерминистической, т.е. траектории частиц в ней рассчитываются точно. Однако при переходе от расширенной механики к классической механике мы вынуждены вероятностно описывать поведение частиц, так как не учитываем направление спина частиц.

Рассмотрим эту неопределенность движения на примере электрона [8]. При столкновениях электрона с другими заряженными частицами кулоновское взаимодействие между ними оказывается преобладающим над их магнитным взаимодействием, так что последним можно пренебречь. Если же электрон сталкивается с нейтральной частицей, обладающей только магнитным моментом, то кулоновское взаимодействие частиц отсутствует и в результате становится существенным взаимодействие магнитного поля, создаваемого нейтральной частицы со сложным магнитным полем движущегося электрона. При таких столкновениях должна проявляться характерная длина $(L_v)_{electron}$. На расстояниях менее $(L_v)_{electron}$ магнитное поле электрона определяется спином, а на больших расстояниях движением заряда частицы.

При классическом описании траектории электрона (без учета его спина) магнитное поле электрона берется из закона Био-Савара (17). Это приближение справедливо при расстояниях от электрона

$$\Delta x > (L_v)_{electron} \tag{23}$$

При приближении электрона на расстояния меньше $(L_v)_{electron}$ к нейтральным частицам, обладающим магнитным моментом, необходимо учитывать влияние магнитного поля спина электрона на это взаимодействие, так что классическая механика для описания траектории электрона в этом случае неприменима. Если учесть, что $(L_v)_{electron}$ определяется выражением (21), то условие применимости классической механики (23) принимает вид:

$$\Delta x P_e > \frac{\hbar}{2} \qquad (24)$$

где $P_e = m_e v$ - импульс электрона.

В результате имеем, что если для описания движения электрона используется классическая механика (не учитывается направление спина электрона), то траекторию движения электрона невозможно полностью определить. При классическом описании можно говорить только о вероятности прохождения электрона по одной из его возможных траекторий.

Это означает, что не мир является вероятностным, а любое его описание этого мира является вероятностным, так как всегда не учитываются какие либо свойства исследуемого объекта.

Неопределенность любой теории зависит не от тех факторов, которые она учитывает, а от тех, которые она не учитывает. Предлагаемая расширенная классическая механика учитывает направление спина, однако она не учитывает всех свойств частиц. Поэтому ее неопределенность будет определяться уже не величиной *h, а* теми факторами, которые эта теория не учитывает. Таким неучтенным фактором для излагаемой здесь расширенной механики является в, например, неизвестная пока внутренняя структура этих частиц.

5. Шаг четвертый: квантовый характер проекции спина частицы на направление магнитного поля

Магнитное поле, создаваемое спином частицы, описывается выражением (см. (7.64) в работе [4]):

$$\vec{H}_\mu = \frac{3\left(\vec{\mu}\cdot\vec{r}\right)\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{\mu}}{r^3} + 4\pi\,\vec{\mu}\,\delta(\vec{r}). \qquad (25)$$

При помещении магнитного диполя во внешнее магнитное поле $\vec{H}_0$ образуется суммарное магнитное поле $\vec{H}_0 + \vec{H}_\mu$. Приращение энергии из-за наложения магнитных полей $\vec{H}_\mu$ и $\vec{H}_0$ равно

$$\Delta W_H = \int \frac{(\vec{H}_0 + \vec{H}_\mu)^2}{8\pi} dV - \int \frac{\vec{H}_0^2}{8\pi} dV - \int \frac{\vec{H}_\mu^2}{8\pi} dV. \qquad (26)$$

Здесь интегрирование ведется по всему пространству, окружающему частицу. Наибольший вклад в интеграл (26) дает область вблизи частицы. Вычисление (26) с учетом (25) дает:

$$\Delta W_H = -\mu H_0 \cos\Theta, \qquad (27)$$

где - угол наклона спина частицы к направлению внешнего магнитного поля.

Из экспериментов известно, что во внешнем магнитном поле направление спина элементарных частиц квантовано, т.е. спин направлен точно вдоль или против магнитного поля. В квантовой механике это утверждение вводится как постулат. В рамках же расширенной классической механики возможно обсуждение причин, приводящих к квантованию направления спина частиц.

Для этого необходимо учесть дополнительные электромагнитные поля, которые возникают из-за ориентации магнитного момента частицы $\vec{\mu}$ под углом к внешнему магнитному полю $\vec{H}_0$. По законам физики из-за наличия момента сил спин частицы должен совершать прецессию вокруг направления внешнего магнитного поля с угловой скоростью

$$\vec{\omega}_0 = \frac{e\vec{\mathrm{H}}}{m_e \mathrm{c}} = \frac{2\mu\,\vec{\mathrm{H}}_0}{\hbar} \qquad (28)$$

Из-за того, что дипольное магнитное поле частицы $\vec{H}_\mu$ в этом случае движется в пространстве, около частицы генерируется дополнительное электрическое поле $\vec{E}_\omega$. Скорость движения дипольного магнитного поля частицы при ее прецессии равна $\vec{\mathrm{v}}_\omega = \left[\vec{\omega} \times \vec{\rho}\right]$, где $\vec{\rho}$ – вектор от оси вращения спина частицы до рассматриваемой области. Напряженность электрического поля, возникающего из-за перемещения в пространстве этого магнитного поля со скоростью $\vec{\mathrm{v}}_\omega$, составляет:

$$\vec{\mathrm{E}}_\omega = \frac{1}{c}\left[\vec{\mathrm{v}}_\omega \times \vec{\mathrm{H}}_\mu\right]. \qquad (29)$$

Кроме электрического поля из-за прецессии спина возникает также и дополнительное магнитное поле . Оно появляется в том случае, если электрическое поле вблизи частицы является сферически несимметричным. Это несимметричное электрическое поле перемещается из-за прецессии спина в пространстве и генерирует дополнительное магнитное поле $\vec{H}_\omega$.

Приращение энергии электрического поля из-за сложения электрического поля $\vec{E}_\omega$ и кулоновского поля $\vec{\mathrm{E}}_c = \frac{e\,\vec{\mathrm{r}}}{r^3}$ определяется выражением:

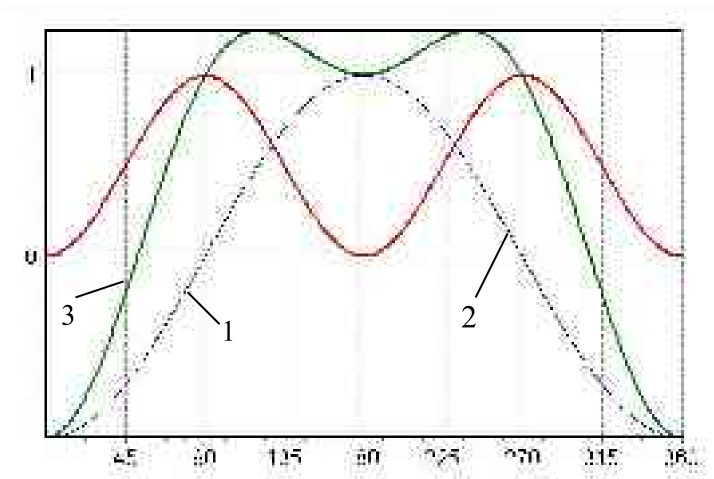
$$\Delta W_\omega = \int \frac{(\vec{\mathrm{E}}_c + \vec{\mathrm{E}}_\omega)^2}{8\pi} dV - \int \frac{\vec{\mathrm{E}}_\mathrm{c}^2}{8\pi} dV, \qquad (30)$$

а в случае нейтральной частицы ($\vec{E}_c = 0$):

$$\Delta W_\omega = \int \frac{\vec{\mathrm{E}}_\omega^2}{8\pi} dV \qquad (31)$$

Поля $\vec{\mathrm{H}}_\omega$ и $\vec{\mathrm{E}}_\omega$, которые образуются из-за прецессии спина частицы, зависят от угла наклона спина частиц к направлению внешнего магнитного поля Θ. Можно предположить, что эти поля пропорциональны sinΘ. Тогда энергия этих полей будет пропорциональна $\sin^2\Theta$. Энергия этих дополнительных полей сосредоточена в непосредственной близости от частицы и стремится к бесконечности при $r \to 0$. По величине эта дополнительная энергия прецессии при интегрировании (30) или (31) до некоторого малого радиуса частицы сравнивается с дополнительной энергией магнитного диполя (27).

На рис. 2 показаны величины ΔW_H, ΔW_ω и их сумма $\Delta W_{H\,+}\ \Delta W_\omega$ в зависимости от угла Θ. Зависимость $\Delta W_{H\,+}\ \Delta W_\omega$ от угла Θ имеет два минимума – при углах 0^0 и 180^0. Наличие этих двух минимумов связано с тем, что при других наклонах спина к магнитному полю генерируется слишком много энергии из-за прецессии спина ΔW_ω, т.е. из-за генерации электрического поля, которое связано с перемещением спинового магнитного поля в пространстве. В результате, если учитывать энергию ΔW_ω и следовать принципу минимума для потенциальной энергии частицы, получим, что частица со спином может находиться в промежуточных состояниях только ничтожно малое время. Устойчивыми для нее являются только состояния при углах 0^0 и 180^0 к направлению внешнего магнитного поля (кривая 3 на рис. 2).



Угол между направлением магнитного диполя частицы и внешним магнитным полем Θ

Рис. 2. Величины ΔW_H (1), ΔW_ω (2) и их суммы $\Delta W_H + \Delta W_\omega$ (3) в зависимости от угла между направлением магнитного диполя частицы и внешним магнитным полем.

Генерация дополнительных полей не дает возможности спину электрона находиться под каким-либо другим углом, кроме как 0^0 и 180^0 по отношению к направлению внешнего магнитного поля, и имеется только два устойчивых состояния направления спина частицы. Это и есть эффект квантования спина частиц на направление магнитного поля.

В данном объяснении основным фактором, приводящим к двум квазиустойчивым состояниям направления спина, является сильное взаимодействие магнитного момента электрона с внешними электромагнитными полями в тех случаях, когда направление спина не является параллельным направлению магнитного поля. В этом случае происходит прецессия спина, которая приводит к генерации дополнительных электромагнитных полей.

В результате, для описания движения электрона можно использовать условие, что спин преимущественно направлен параллельно магнитному полю (т.е. спин находится в одном из этих двух устойчивых состояний), причем в некоторые моменты времени спин может менять свое направление на противоположное.

При перевороте спина в магнитном поле потенциальная энергия магнитного диполя электрона меняется. Это означает, что переворот спина электрона в магнитном поле сопровождается передачей избыточной энергии другим объектам микромира или окружающему пространству в виде электромагнитной волны. Обратный переход связан с поглощением этой энергии.

6. Шаг пятый: спиновое излучение

Учет спина в рамках расширенной механики движения частиц означает, что необходим также анализ электромагнитного излучения, возникающего при изменении направления спина частиц. Подробный обзор по спиновому излучению имеется в работе [9]. Под спиновым излучением (спиновый свет) подразумевается электромагнитное излучение, генерируемое при перевороте магнитного момента частицы во внешнем для нее магнитном поле. Для электрона оно происходит на той же частоте, что и обычное магнитотормозное излучение, однако зависимость его от внешних условий несколько другая [9].

В данном разделе (как и в работе [9]) рассматривается спиновое излучение, которое генерируется при перевороте спина электрона в магнитном поле $\vec{H}_0$, при этом электрическим полем $\vec{E}_0$ в системе можно пренебречь. Энергия взаимодействия магнитного момента электрона с внешним магнитным полем равна $W = (\mu \cdot \vec{H}_0)$. Это означает, что в одном из устойчивых состояний потенциальная энергия электрона в магнитном поле составляет -μH_0, а в другом +μH_0. При переходе из одного устойчивого состояния в другое излучается или поглощается энергия, равная разности этих потенциальных энергий электрона, т.е.:

$$W = 2\mu H_0. \tag{32}$$

Частота прецессии спина электрона в магнитном поле, а тем самым и спинового излучения равна$\omega = \frac{2\mu H_0}{\hbar}$. Учитывая (32), получим связь между энергией излучения $\boldsymbol{W}$ и частотой спинового излучения ω при перевороте спина электрона во внешнем магнитном поле H_0:

$$W = \hbar\omega \tag{33}$$

Таким образом, для спинового механизма излучения имеет место известное соотношение между энергией электромагнитного излучения и его частотой, причем это соотношение является не постулатом, следствием применения известных гиромагнитных характеристик электрона и законов классической физики.

При перевороте спина в более выгодное энергетическое состояние разность энергий этих состояний преобразуется в энергию электромагнитной волны. Поскольку, момент импульса электрона в результате переворота спина электрона меняется с $+\hbar/2$ на $-\hbar/2$, то момент импульса, который уносит при этом электромагнитная волна, должен быть равен $\hbar$

Таким образом, 1) излучение или поглощение электромагнитной энергии частицами, которое вызвано переворотом спина частиц во внешнем магнитном поле, происходит порциями (квантами), 2) энергия кванта связана с частотой излучения соотношением $W = \hbar\omega$ и 3) квант электромагнитного излучения, возникающий в результате переворота спина электрона в магнитном поле, имеет момент количества движения равный $\hbar$.

7. Шаг шестой: Траекторная квантовая механика

Применение расширенной классической механики для описания физических явлений довольно сложно. Это связано с тем, что в этой механике движение каждой частицы нужно описывать в 10 мерном пространстве. Однако часто можно пренебречь временем переворота частиц в магнитном поле. В результате появляется возможность более простого описания траектории частицы в пространстве меньшей размерностию. Одно из возможных упрощений этого описания основано на том, что спин частиц в медленно меняющихся внешних полях можно считать направленным по магнитному полю или против него. Поведение частицы в этом случае описывается в пространстве из 7-ми координат: 3 пространственные координаты, три скорости и проекция спина на направление магнитного поля.

Такая механика по своей сути является классической механикой с учетом квантового направления спина частиц. Поэтому ее можно также назвать квантовой траекторной механикой частиц. В этой механике предполагается, что в процессе движения частицы реакция сил излучения на движение равна нулю, т.е. пренебрегается реакцией классического излучения и в уравнении (1) $\vec{\mathrm{f}}_{\mathrm{q}}+\vec{\mathrm{f}}_{\mu}=0$. В результате изменение импульса в траекторной квантовой механике описывается уравнением:

$$m\frac{d\vec{\mathrm{v}}}{dt}=\vec{\mathrm{F}}_{\mathrm{q}}+\vec{\mathrm{F}}_{\mu} \tag{34}$$

или с учетом (4) и (9) это уравнение имеет вид:

$$m\frac{d\vec{\mathrm{v}}}{dt}=q\left(\vec{\mathrm{E}}_0+\frac{1}{c}\left[\vec{\mathrm{v}}\times\vec{\mathrm{H}}_0\right]\right)+\nabla\left(\vec{\mu}\cdot\vec{\mathrm{H}}\right)-\frac{1}{c}\frac{d}{dt}\left[\vec{\mu}\times\vec{\mathrm{E}}_0\right], \tag{35}$$

где $\vec{H}$ – магнитное поле в системе координат, движущей вместе с частицей (7). При этом считается, что во время движения частицы ее магнитный момент направлен по направлению этого магнитного поля или против него:

$$\vec{\mu}=\pm\mu\frac{\vec{H}}{H} \tag{36}$$

Уравнения (35) и (2) совместно с (7) и (36) определяют систему уравнений движения для частицы в рамках траекторной квантовой механики.

В процессе движения частицы по траектории возможны перевороты ее спина во внешнем для нее магнитном поле. Эти перевороты спина, если не учитывать сильного возбуждающего электромагнитного поля, могут происходить из верхнего энергетического состояния спина электрона в нижнее состояние. Характерное время жизни в верхнем состоянии по отношению к перевороту спина электрона в постоянном магнитном поле было определено Соколовым и Терновым в работе [10]. Оно определяетс (см. также [11]) выражением :

$$\tau=\frac{8}{5\sqrt{3}}\frac{m^2c^2R^3}{e^2\hbar}\left(\frac{mc^2}{w}\right)^5 \tag{37}$$

где $w=\dfrac{m\mathrm{v}^2}{2}$ – кинетическая энергия электрона, R – радиус окружности, по которой двигается электрон.

7.1. Движения электрона в поле точечного заряда в рамках траекторной квантовой механики

Для решения задач о движении электрона в поле точечного заряда тяжелой частицы в рамках траекторной квантовой механики можно воспользоваться уравнениями (14) - (16) в сферической системе координат и условием квантового характера направления спина (41) на внешнее магнитное поле (7): $\vec{H} = \vec{H}_0 - \frac{1}{c}[\vec{v} \times \vec{E}_0]$.

Возьмем такую сферическую систему координат, чтобы в начальный момент времени в этой системе координат электрон находился в экваториальной плоскости, т.е. $\theta = 90^0$, а угловая скорость его по углу θ была бы равна нулю. В этом случае дальнейшее движение его будет происходить только в этой плоскости, т.е. $\theta = 90^0$ для всех моментов времени, а уравнения (14) и (16) примут вид:

$$m_e \frac{d^2 r}{dt} = m_e r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 - \frac{Qe}{r^2} - \frac{Q}{cr^2} \mu_z \frac{d\varphi}{dt}, \tag{38}$$

$$\frac{d}{dt}\left(m_e r^2 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{Q\mu_z}{cr} \right) = 0. \tag{39}$$

Уравнение (36) для компоненты магнитного момента μ_z запишется в виде:

$$\mu_z = \pm\mu \tag{40}$$

Уравнения (38)-(39) определяют в нерелятивистском случае движение частицы с магнитным моментом в поле точечного заряда тяжелой частицы.

Из уравнений (38) и (39) можно получить закон изменения энергии электрона $\varepsilon = \frac{m_e}{2}\left(\frac{dr}{dt}^2 + r^2 \frac{d\varphi}{dt}^2 \right) - \frac{Qe}{r}$. Он имеет вид:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = -\frac{Q}{cr}\frac{d\mu_z}{dt} \tag{41}$$

На тех участках траектории электрона, на которых μ_z постоянно и не меняет своего направления, энергия электрона сохраняется. При перевороте спина электрона происходит выделение или поглощение электроном энергии электромагнитного поля. В этом случае закон сохранения энергии выполняется для системы, состоящей из электрона вместе с энергией электромагнитного поля.

Из (39) следует также, что величина $m_e r^2 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{Q\mu_z}{cr}$ является интегралом движения, т.е.:

$$m_e r^2 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{Q\mu_z}{cr} = const, \tag{42}$$

Пусть какой-то точке траектории электрона $\vec{r}_0$ происходит переворот его магнитного момента так, что за время переворота электрон не успевает существенно сместиться вдоль своей траектории. В этом случае потенциальная энергия электрона за время переворота спина останется той же самой, а скорость и кинетическая энергия электрона могут измениться. Угловой момент движения частицы $m_e r^2 \frac{d\varphi}{dt}$ согласно (42) изменится на величину $\frac{2Q\mu}{cr_0}$, т.е.:

$$m_e r_0^2 \left(\frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt} \right) = \frac{2Q\mu}{cr_0}, \tag{43}$$

где $\frac{d\varphi_1}{dt}$ и $\frac{d\varphi_2}{dt}$ - угловые скорости движения электрона до и после переворота его магнитного момента. Кинетическая энергия электрона измениться на величину:

$$\Delta\varepsilon = \frac{m_e r_0^2}{2}\left(\frac{d\varphi_1}{dt}\right)^2 - \frac{m_e r_0^2}{2}\left(\frac{d\varphi_2}{dt}\right)^2 = \frac{Q\mu}{cr_0}\left(\frac{d\varphi_1}{dt} + \frac{d\varphi_2}{dt}\right), \qquad (44)$$

Поскольку напряженность магнитного поля в системе координат электрона до переворота равна $H_1 = \dfrac{Q}{cr_0}\dfrac{d\varphi_1}{dt}$ а после переворота $H_2 = \dfrac{Q}{cr_0}\dfrac{d\varphi_2}{dt}$, то спиновое излучение электрона происходит в полях от H_1 до H_2, В результате изменение кинетической энергии электрона при быстром перевороте его спина в кулоновском поле другой частицы (44) определяется выражением:

$$\Delta\varepsilon = \mu\left(H_1 + H_2\right), \qquad (45)$$

Угловая частота прецессии спина электрона магнитном поле до переворота спина равна: $\omega_1 = \dfrac{2\mu H_1}{\hbar}$, а после переворота $\omega_2 = \dfrac{2\mu H_2}{\hbar}$. Поэтому спиновое излучение происходит в диапазоне частот от ω_1 до ω_2, а изменение кинетической энергии электрона при перевороте его спина в кулоновском поле частицы определяется выражением:

$$\Delta\varepsilon = \hbar\frac{\omega_1 + \omega_2}{2}, \qquad (46)$$

Если изменение кинетической энергии электрона в азимутальном направлении ничтожно мало, частоты ω_1 и ω_2 совпадают. В этом случае выполняется такое же соотношение между частотой излучения и энергией, которое имеет место при перевороте спина электрона в магнитном поле (38). В случае же существенной потери энергии на излучение электроном расширенная классическая механика допускает спиновое излучение в широком диапазоне частот (от ω_1 до ω_2), при этом в соотношение для кванта электромагнитной энергии (46) входит средняя частота из излучаемого диапазона частот, т.е. $(\omega_1+\omega_2)/2$.

Переворот спина неподвижной частицы в магнитном поле отличается от переворота спина при движении частицы поперек электрического поля. Отличие состоит в том, что при перевороте спина в магнитном поле меняется потенциальная энергия магнитного диполя в имеющемся магнитном поле, в то время как переворот спина при движении частицы поперек электрического поля сопровождается изменением ее скорости движения и кинетической энергии, а потенциальная энергия частицы при этом не меняется.

Благодарности

Автор благодарен всем участникам теоретического семинара Института ядерного синтеза РНЦ «Курчатовский институт», принимавшим участие в обсуждении данной работы. Автор благодарен В.И.Когану, В.И.Ильгисонису и В.П.Власову за обсуждение и ценные критические замечания. Работа поддержана грантом Президента РФ № НШ-9878.2006.2 по поддержке ведущих научных школ Российской Федерации.

Литература

1. M.Gryzinski, “Free-fall” solution of the Kepler problem in the presence of the magnetic moment. // Phys. Letters, 41A, 1972, p. 69.
2. М.Грызинский, О природе атома // Поиск математических закономерностей мироздания: физические идеи, подходы, концепции / Избранные труды сибирской конференции по математическим проблемам физики пространства-времени сложных систем (ФПВ-2000), Новосибирск, 22-24 июня 2000 г. (под ред. М.М.Лаврентьева). Новосибирск: ИМ СО РАН, 2001, С.135.
3. М.Грызинский, Семь лекций об атоме, http://www.jpg.pl/~gryzinski.
4. В.Л.Гинзбург, Теоретическая физики и астрофизика. // М.: Наука, 1987.
5. В.Л.Гинзбург // ЖЭТФ. 1943. Т. 13. С. 33.
6. K. Coleman, D.H.Van Vleck, Origin of “hidden momentum forces” on magnets // Phys. Rev., 1968, V. 171. P. 1370.
7. S.R. de Groot and L.G.Suttorp, Foundation of Electrodynamics // North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1972; С.Р. де Гроот, Л.Г. Сатторп, Электродинамика // М.Наука, 1982, с. 230-231.
8. В.В.Вихрев, Конфигурация магнитного поля движущегося электрона // Прикладная физика, 2004, № 5, С. 12.
9. В.А.Бордовицын, И.М.Тернов, В.Г.Бугров, Спиновый свет // УФН, 1995, т. 165, № 9, С. 1083-1094.
10. А.А.Соколов, И.М.Тернов, О поляризационных и спиновых эффектах в теории синхротронного излучения // ДАН СССР, 1963, том. 153, № 5, С. 1052.
11. J.D.Jackson, On understanding spin-flip synchrotron radiation and the transverse polarization of electrons in storage rings // Reviews of Modern Physics, 1971, V. 48. No. 3. P. 417.